

Protokoll

Verweilzeitverhalten im Rührkessel /
Kaskade
und
Verweilzeitverhalten im Strömungsrohr

Von

Christian Terhorst
716822

Inhaltsverzeichnis

1	Aufgabenstellung
2	Rührkessel (-kaskade)
2.1	Versuchsaufbau
2.2	Durchführung
2.3	Auswertung der Messergebnisse
2.3.1	Mittlere hydrodynamische Verweilzeit τ
2.3.2	Verweilzeitdichtefunktion $E(t)$
2.3.3	Verweilzeitsummenfunktion $F(t)$
2.3.4	Parameter der Verteilung
2.3.5	Dimensionslose Verweilzeitverteilungen
2.3.6	Parameter der dimensionslosen Verteilung
2.3.7	Vergleich mit anderen Reaktoren
2.3.8	Tabellarische Übersicht
3	Strömungsrohr
3.1	Versuchsaufbau
3.2	Durchführung
3.3	Auswertung der Messergebnisse
3.3.1	Mittlere hydrodynamische Verweilzeit τ
3.3.2	Reynoldszahl Re
3.3.3	Verweilzeitsummenfunktion $F(t)$
3.3.4	Verweilzeitdichtefunktion $E(t)$
3.3.5	Parameter der Verteilung
3.3.6	Dimensionslose Verweilzeitverteilungen
3.3.7	Parameter der dimensionslosen Verteilung
3.3.8	Tabellarische Übersicht
3.3.9	Vergleich mit einem laminar durchströmten Rohr
3.3.10	Vergleich mit einem idealen Strömungsrohr
4	Quellenverzeichnis
5	Anhang

1 Aufgabenstellung

Das Ziel der Versuche Verweilzeitverhalten im Strömungsrohr und Rührkessel / Kaskade ist die Ermittlung von Abweichungen vom idealen Verhalten bei der Vermischung in realen Reaktoren. Dies geschieht durch die Beobachtung des Fluids mit einem Tracer. Dieser Tracer enthält ein Elektrolyt, so das man die Konzentration durch Leitfähigkeitsmessung am Ende des Reaktors bestimmen kann. Die Markierung erfolgt beim Strömungsrohr durch Verdrängung und beim Rührkessel / Kaskade durch Stossmarkierung. Weiterhin sollen die Verweilzeit, die Verweilzeitsummenfunktion $F(t)$, die Verweilzeitdichtefunktion $E(t)$ sowie die Parameter Mittelwert t_{quer} und die Varianz σ der Verteilung bestimmt werden.

2 Rührkessel (-kaskade)

2.1 Versuchsaufbau



Abbildung 1: Fließbild der Rührkesselkaskade

2.2 Durchführung

Die Rührkesselkaskade bestand aus zwei Kesseln. Der Volumenstrom und das Niveau im Rührkessel wurde konstant gehalten. Als Tracer wurden 12,5 ml Natronlauge und 5 ml Indikatorlösung bei einem Rührkessel und bei der Kaskade 25ml Natronlauge und 10 ml Indikatorlösung verwendet. Die Markierung erfolgte durch schnelle Zugabe des Tracers (Stossmarkierung) in den zweiten Kessel bei der ersten Messung und in den ersten Kessel bei der zweiten Messung. Gleichzeitig wurde die Datenerfassung gestartet und die Leitfähigkeit in Abhängigkeit zur Zeit gespeichert. Die Messung erfolgte solange, bis der Anfangswert wieder erreicht war.

Messung 1 / Rührkessel:

Volumen Elektrolytlösung : 12,5 mL

Volumen Indikatorlösung : 5 mL

Volumen Einzelkessel : 4 L

Volumen Kaskade : 8 L

Volumenstrom Wasser : 16,5 Skt = 1,03 L/min

Messung 2 / Rührkesselkaskade:

Volumen Elektrolytlösung : 25 mL

Volumen Indikatorlösung : 10 mL

Volumen Einzelkessel : 4 L

Volumen Kaskade : 8 L

Volumenstrom Wasser : 16,5 Skt = 1,03 L/min

2.3 Auswertung der Messergebnisse

2.3.1 Mittlere hydrodynamische Verweilzeit τ :

$$\tau = \frac{V}{\dot{V}}$$

$\tau(\text{Einzelkessel}) = 3,90 \text{ min}$

$\tau(\text{Kaskade}) = 7,80 \text{ min}$

2.3.2 Verweilzeitdichtefunktion $E(t)$:

Die Verweilzeitdichtefunktion bestimmt sich durch:

$$E(t) = \frac{c(t)}{\int_0^{\infty} c(t) \cdot dt}$$

Das Integral im Nenner kann man mit dem Trapezverfahren berechnen. Siehe auch Diagramm 1 für den einzelnen Rührkessel und Diagramm 2 für die Kaskade. Die Diagramme finden sich im Anhang.

2.3.3 Verweilzeitsummenfunktion $F(t)$:

$$\text{Aus } F(t) = \int_0^t E(s) \cdot ds$$

$$\text{folgt für die einzelnen Zeitwerte } F(t_m) = \int_0^{t_m} E(s) \cdot ds$$

Auch für dieses Integral wird das Trapezverfahren verwendet. Siehe auch Diagramm 3 (Rührkessel) und Diagramm 4 (Kaskade) im Anhang.

Die Verweilzeitdichtefunktion $E(t)$ und die Verweilzeitsummenfunktion $F(t)$ lassen sich auch einheitlich darstellen, wodurch ein besserer Vergleich möglich ist. Dies geschieht durch Ersetzen der Zeit t durch die dimensionslose Variable Θ (siehe auch „2.3.5 Dimensionslose Verweilzeitverteilung“).

2.3.4 Parameter der Verteilung:

Die Parameter der Verteilung berechnen sich folgendermaßen:

$$t_{\text{quer}} = \int_0^{\infty} t \cdot E(t) \cdot dt$$

$$\sigma^2 = \int_0^{\infty} t^2 \cdot E(t) \cdot dt - (t_{\text{quer}})^2$$

Diese Werte lassen sich aus den $E(t)$ Werten mit den Trapezverfahren berechnen. Der einzelne Rührkessel ergab ein t_{quer} von 247,393 s ($\cong 4,123$ min) und eine hydrodynamische Verweilzeit τ von 3,90 min. σ^2 beträgt 72948,90 ($\sigma = 270,90$). Die Kaskade aus zwei Rührkesseln ergab ein t_{quer} von 487,673 s ($\cong 8,128$ min) bei einer hydrodynamischen Verweilzeit von τ von 7,80 min und ein σ^2 von 89118,21 ($\sigma = 298,53$).

2.3.5 Dimensionslose Verweilzeitverteilungen

Um eine einheitliche Darstellung zu gewährleisten, kann man die Verweilzeiten in einer dimensionslosen Form betrachten. Dies geschieht, indem man anstelle der Zeit t die dimensionslose Variable

$$\Theta = t/t_{\text{quer}}$$

für reale Bedingungen einführt. Die Berechnung der realen Verteilungsfunktionen mit Hilfe folgender Gleichungen:

$$E_{\Theta}(\Theta) = t_{\text{quer}} \cdot E(t)$$

$$F_{\Theta}(\Theta) = F(t)$$

Siehe auch Diagramm 9 bis 12 im Anhang.

2.3.6 Parameter der dimensionslosen Verteilung

Die Parameter der dimensionslosen Verteilung erhält man aus folgenden Gleichungen:

$$t_{\Theta, \text{quer}} = 1$$

$$\sigma_{\Theta} = \sigma / t_{\text{quer}}$$

2.3.7 Vergleich mit anderen Reaktoren

Vergleich reelle Kaskade mit zwei Rührkesseln mit einer idealen Kaskade mit zwei Rührkesseln:

Bei einer idealen Kaskade würde die Kurve sofort auf ihr Maximum steigen und dann exponentiell abfallen. Der Wert für τ ist gleich t_{quer} .

Der Verlauf der Kurve bei einer realen Kaskade zeigt den Sprung auf ihr Maximum erst mit einer kleinen Verzögerung (Totzeit), verhält sich dann aber ähnlich dem idealen Verlauf. Die Verzögerung ist Bauart bedingt. Sie hängt u.a. von der Länge der Leitungen und dem Volumenstrom ab. Der Wert von τ ist nicht gleich t_{quer} , ist ihn aber ähnlich. Hätte man eine unendliche Anzahl von Kesseln, so wäre der Verlauf gleich dem idealen Strömungsrohr.

2.3.8 Tabellarische Übersicht:

	t_{quer}	$t_{\Theta, \text{quer}}$	σ	σ_{Θ}
Rührkessel	4,123 min	1	270,90	1,092
Kaskade	8,128 min	1	298,53	0,612

Tabelle 1: Vergleich der Werte der Kaskade mit dem Rührkessel

σ_{Θ} ist bei einem idealen Rührkessel gleich 1. In diesem Versuch ist es nahe der 1, aber nicht genau 1. Dies liegt daran, dass es sich hierbei um einen realen Reaktor handelt. Die Diskussion zu t_{quer} und σ erfolgte bereits im Punkt „2.3.4 Parameter der Verteilung“.

3 Strömungsrohr

3.1 Versuchsaufbau



Abbildung 2: Fließbild des Strömungsrohrs

3.2 Durchführung

Der Dreiwegehahn wurde so eingestellt, dass das Strömungsrohr mit Wasser gereinigt wurde. Anschließend wurden die Hähne so gestellt, dass das Wasser zurück in das Vorratsgefäß fließt und die Elektrolytlösung in das Strömungsrohr. Gleichzeitig begann die Messung. Die Messung endete, sobald konstante Werte vorlagen. Beim zweiten Versuch wurde die Elektrolytlösung durch Wasser verdrängt. Die Durchführung ist analog zur ersten Messung.

Messwerte

Länge Strömungsrohr	= 50 m
Durchmesser Strömungsrohr	= 12 mm
Querschnittsfläche der Rohrs	= $1,131 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$
Reaktorvolumen	= $5,655 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cong 5,655 \text{ L}$
Volumenstrom	= 15 Skt = 0,89 l/min

3.3 Auswertung der Messergebnisse

3.3.1 Mittlere hydrodynamische Verweilzeit τ :

Volumen des Strömungsrohres:

$$V_R = \pi \cdot (d_R/2)^2 \cdot h$$
$$V_R = 5,655 \text{ L}$$

$$\tau = \frac{V}{\dot{V}}$$

$$\tau = 6,384 \text{ min}$$

3.3.2 Reynoldszahl Re :

$$Re = u \cdot d_R / \nu_F$$

mittlere Strömungsgeschwindigkeit u :

$$u = \frac{\dot{V}}{A_Q}$$

$$u = 7,832 \text{ m/min} = 0,131 \text{ m/s}$$

spezifische dynamische Viskosität $\nu_F = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ siehe auch [1]

$$Re = 0,131 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 0,012 \text{ m} / 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

$$Re = 1572$$

Die berechnete Reynoldszahl der Strömung ist weder laminar ($Re < 30$), noch sind die turbulenten ($Re > 2000$) Einflüsse sehr stark. Dieses Ergebnis ist auf den geringen Volumenstrom zurückzuführen. Das Strömungsrohr war außerdem gebogen und nicht gerade, weshalb die Fliehkräfte und die Reibung an der Schlauchwand eine Rolle spielen. So kommt es schneller zu Geschwindigkeitsfluktuationen und zur axialen Dispersion.

3.3.3 Verweilzeitsummenfunktion $F(t)$:

Die Verweilzeitsummenfunktion berechnet sich folgendermaßen:

$$F(t_m) = \frac{c(t_m) - c_{\min}}{c_{\max} - c_{\min}}$$

Siehe auch Diagramm 5 (Versuch 1) und Diagramm 6 (Versuch 2) im Anhang.

3.3.4 Verweilzeitdichtefunktion E(t):

Man bestimmt die Verweilzeitdichtefunktion E(t), indem man die Verweilzeitsummenfunktion F(t) numerisch differenziert.

$$E(t) = \frac{dF}{dt}$$

Dies geschieht mit dem Verfahren der zentralen Differenz. Siehe auch Diagramm 7 (Versuch 1) und Diagramm 8 (Versuch 2) im Anhang.

Verweilzeitsummenverteilungen und Verweilzeitdichteverteilungen lassen sich einheitlich darstellen, indem man anstelle der Zeit die dimensionslose Variable Θ einführt. Näheres dazu siehe auch „3.3.6 Dimensionslose Verweilzeitverteilung“.

3.3.5 Parameter der Verteilung:

t_{quer} und die Varianz σ berechnen sich mit Hilfe der E(t) Werte (Trapezverfahren) nach folgenden Formeln:

$$t_{quer} = \int_0^{\infty} t \cdot E(t) \cdot dt$$

$$\sigma^2 = \int_0^{\infty} t^2 \cdot E(t) \cdot dt - (t_{quer})^2$$

Bei einem idealen Strömungsrohr ist $t_{quer} = \tau$ und $\sigma = 0$.

Die experimentellen Werte ergaben bei der ersten Messung ein t_{quer} von 385,602 s (= 6,427 min) und eine hydrodynamische Verweilzeit τ von 6,384 min.

σ^2 ist 2413,960 ($\sigma = 49,13$).

Die zweite Messung ergab ein t_{quer} von 380,949 s (= 6,349 min) und eine hydrodynamische Verweilzeit τ von 6,384 min. σ^2 ist 1389,254 ($\sigma = 37,273$).

Bei einem idealen Strömungsrohr sollte $\sigma = 0$ sein, bei einem laminar durchströmten Rohr ist $\sigma = \infty$.

Bei der ersten und zweiten Messung kann man sagen, dass $t_{quer} = \tau$ relativ gut angenähert wurde. σ ist allerdings nicht 0, nicht einmal nahe 0. Dies kann mehrere Gründe haben. Zum einen ist das Strömungsrohr ein realer und kein idealer Reaktor. Zum anderen gab es einige Fehlerquellen in diesem Versuch. Diese sind zum Beispiel der nicht konstante und ungenau ablesbare Volumenstrom, aber auch die Form des Strömungsrohrs selber, das ja gewickelt und nicht gerade war (siehe auch „Reynoldszahl Re“).

3.3.6 Dimensionslose Verweilzeitverteilungen:

Um eine einheitlich Darstellung zu gewährleisten, kann man die Verweilzeiten in einer dimensionslosen Form betrachten. Dies geschieht, indem man anstelle der Zeit die dimensionslose Variable

$$\Theta = t/t_{\text{quer}}$$

für reale Bedingungen einführt. Die Berechnung der realen Verteilungsfunktionen mit Hilfe folgender Gleichungen:

$$E_{\Theta}(\Theta) = t_{\text{quer}} \cdot E(t)$$

$$F_{\Theta}(\Theta) = F(t)$$

Siehe auch Diagramm 13 bis 16 im Anhang.

3.3.7 Parameter der dimensionslosen Verteilung:

Die Parameter der dimensionslosen Verteilung erhält man aus folgenden Gleichungen:

$$t_{\Theta, \text{quer}} = 1$$

$$\sigma_{\Theta} = \sigma / t_{\text{quer}}$$

3.3.8 Tabellarische Übersicht:

Strömungsrohr	t_{quer}	$t_{\Theta, \text{quer}}$	σ	σ_{Θ}
Versuch 1	6,427 min	1	49,13	0,1274
Versuch 2	6,349 min	1	37,273	0,0978

Tabelle 2: Vergleich der Werte des Strömungsrohrs

σ_{Θ} ist im idealen Fall bei einem Strömungsrohr null. Der hier erhaltene Wert ist nahe der null, aber nicht gleich null, da es sich hierbei um ein reales Strömungsrohr handelt. Näheres zur Diskussion siehe auch „3.3.5 Parameter der Verteilung“.

3.3.9 Vergleich mit einem laminar durchströmten Rohr:

Verweilzeitsummenfunktion $F(t)$:

Die Kurve steigt etwas später als ca. $\tau/2$ exponentiell an und nähert sich dann asymptotisch der 1. Die experimentell ermittelte Kurve steigt später an, nähert sich aber auch asymptotisch der 1.

Verweilzeitdichtefunktion $E(t)$:

Der laminare Verlauf steigt sprunghaft bei ca. $\tau/2$ an und fällt dann exponentiell bis 0 wieder ab. Die experimentellen Werte ähneln einer Gaußverteilung.

3.3.10 Vergleich mit einem idealen Strömungsrohr:

Als Hilfsmodell dient eine ideale Kaskade.

Verweilzeitsummenfunktion $F(t)$:

Die Kurve einer idealen Kaskade steigt nach der Totzeit langsam an, durchläuft einen linearen Bereich und nähert sich asymptotisch der 1. Die experimentelle Kurve ist ähnlich der idealen, steigt aber etwas später an.

Verweilzeitdichtefunktion $E(t)$:

Das Maximum der Kurve der idealen Kaskade ist bei τ erreicht. Die Kurve ähnelt der Gaußverteilung. Die experimentellen Werte haben etwas eher ihr Maximum erreicht. Das Maximum der theoretischen und der experimentellen Kaskade sind sehr ähnlich.

4 Quellenverzeichnis

- [1] Autorenkolleg - Formeln und Tabellen – Paetec Berlin 1996
- [2] Erwin Müller-Erlwein.- Chemische Reaktionstechnik.- B.G. Teubner Stuttgart.- Leipzig.- 1998.
- [3] Hagen .- Chemische Reaktionstechnik.- VCH-Verlagsgesellschaft mbH.- Weinheim.- 1992.
- [4] Werner Hemming.- Verfahrenstechnik.- 5. Auflage.- Vogel Buchverlag.- Würzburg.-1989

5 Anhang

Diagramme:

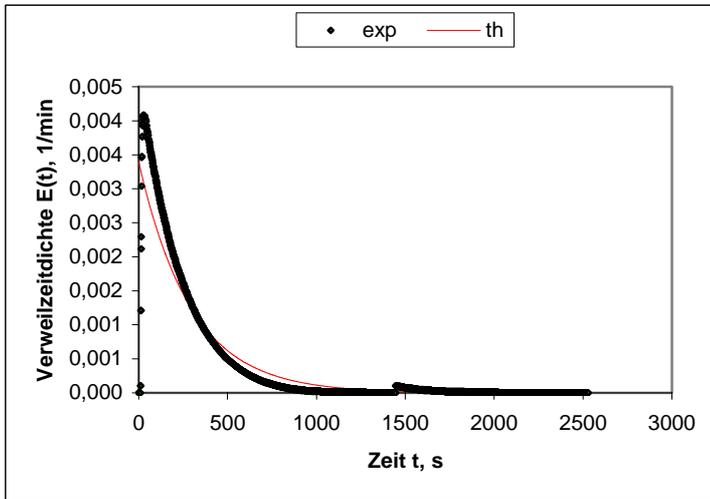


Diagramm 1: Verweilzeitdichtefunktion $E(t)$ des Rührkessels

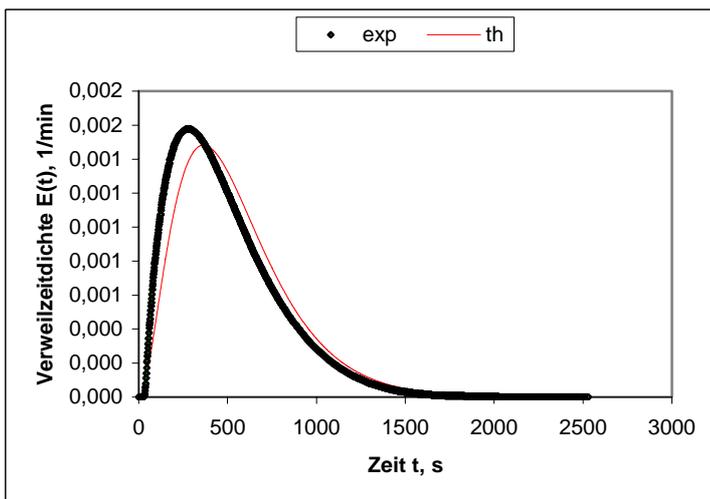


Diagramm 2: Verweilzeitdichtefunktion $E(t)$ bei der Kaskade

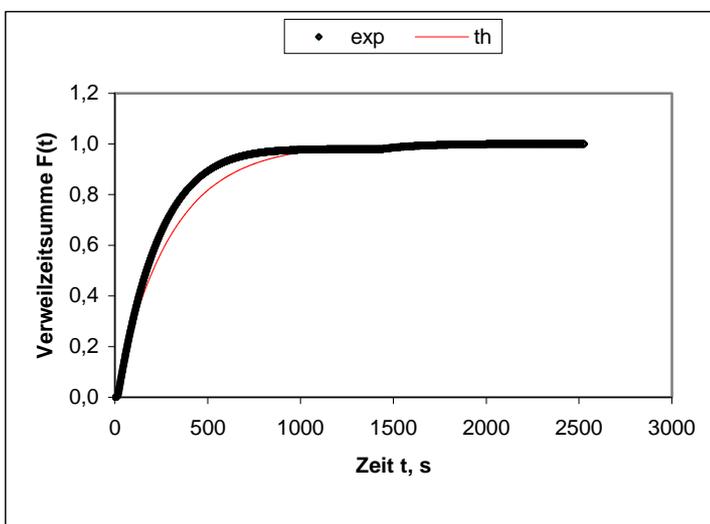


Diagramm 3: Verweilzeitsummenfunktion $F(t)$ des Rührkessels

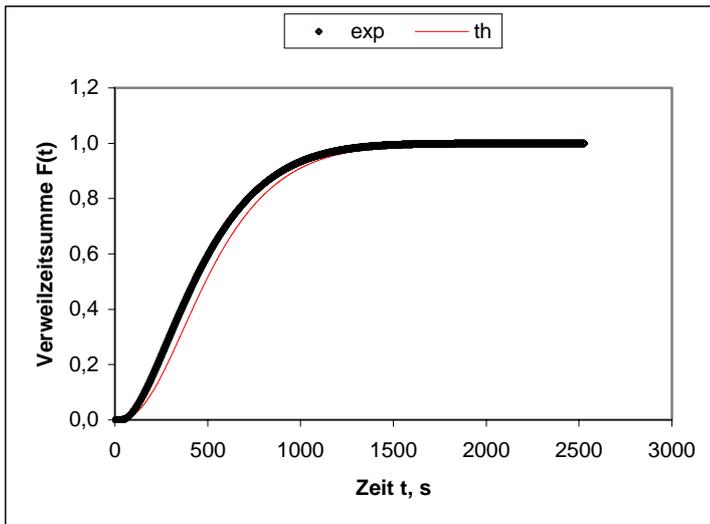


Diagramm 4: Verweilzeitsummenfunktion $F(t)$ der Kaskade

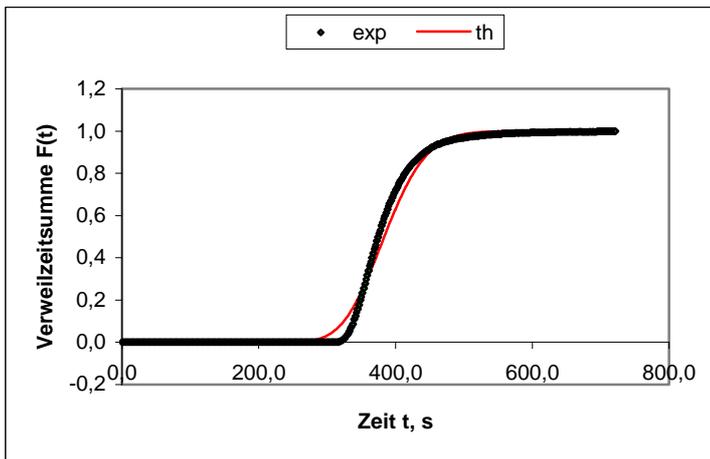


Diagramm 5: Verweilzeitsummenfunktion $F(t)$ des 1. Versuchs beim Strömungsrohr

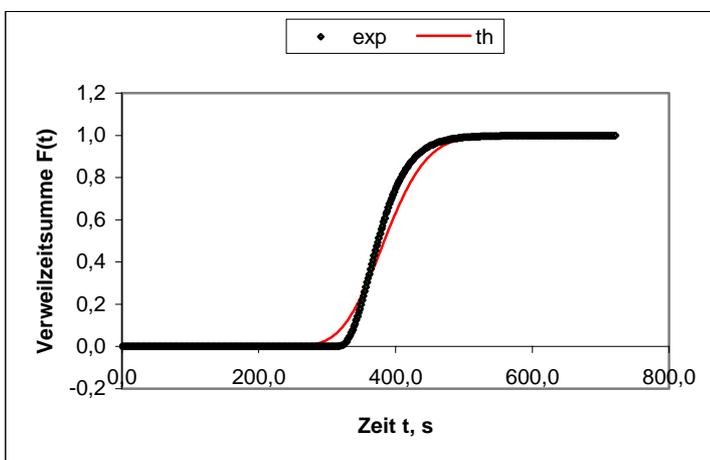


Diagramm 6: Verweilzeitsummenfunktion $F(t)$ des 2. Versuchs beim Strömungsrohr

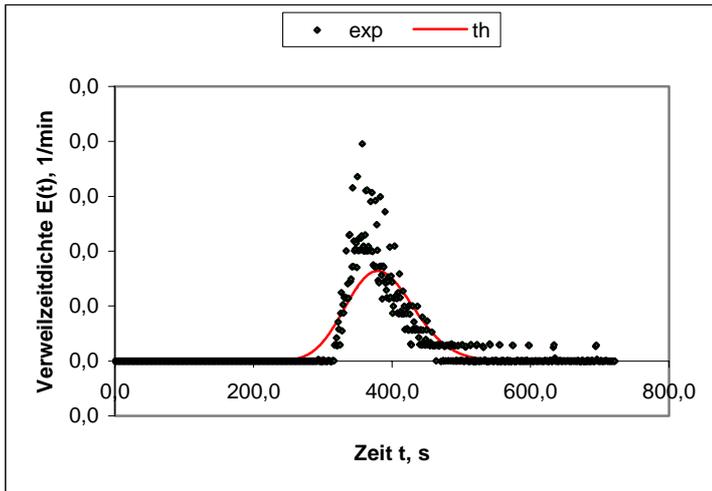


Diagramm 7: Verweilzeitdichtefunktion $E(t)$ des 1. Versuchs beim Strömungsrohr

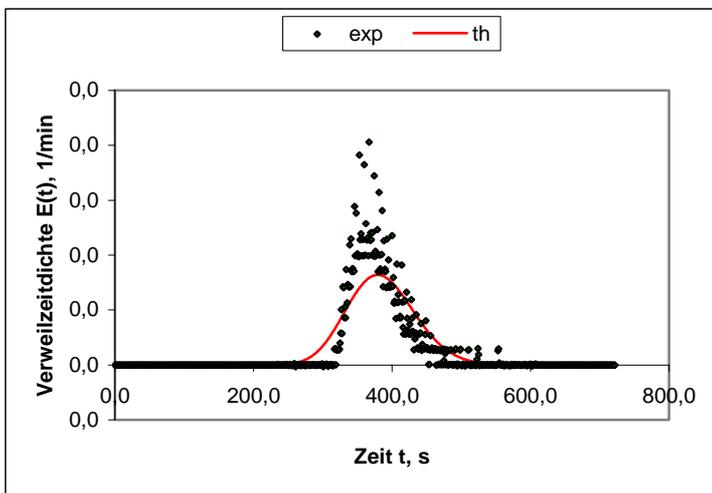


Diagramm 8: Verweilzeitdichtefunktion $E(t)$ des 2. Versuchs beim Strömungsrohr

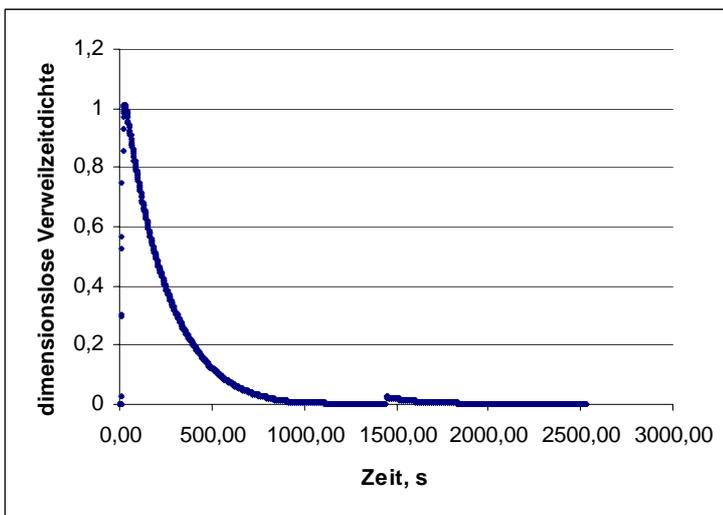


Diagramm 9: Die dimensionslose Verweilzeitdichtefunktion bei einem Rührkessel

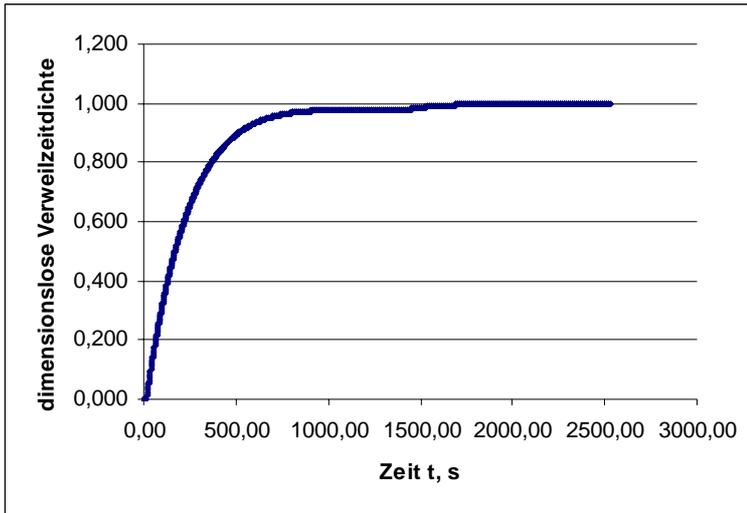


Diagramm 10: Die dimensionslose Verweilzeitsummenfunktion bei einem Rührkessel

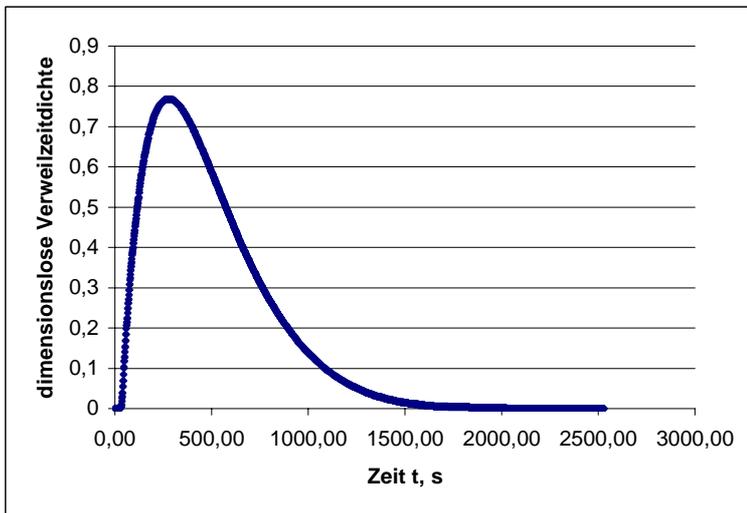


Diagramm 11: Die dimensionslose Verweilzeitdichtefunktion der Rührkesselkaskade

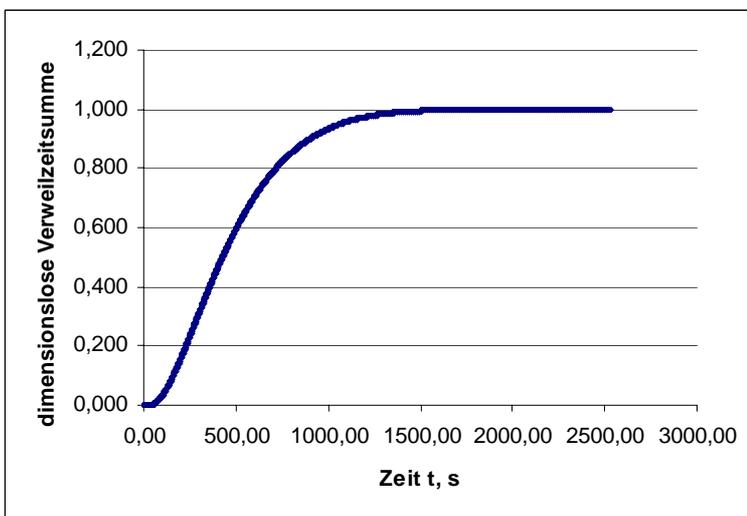


Diagramm 12: Die dimensionslose Verweilzeitsummenfunktion der Rührkesselkaskade

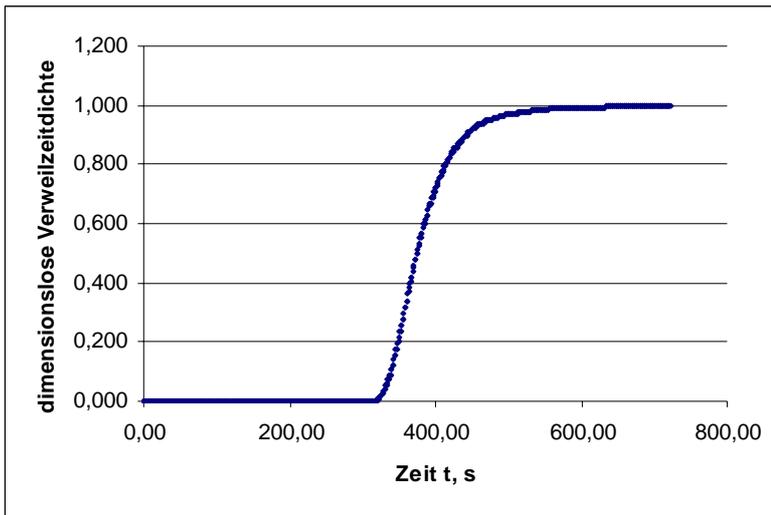


Diagramm 13: Die dimensionslose Verweilzeitdichtefunktion des ersten Versuchs beim Strömungsrohr

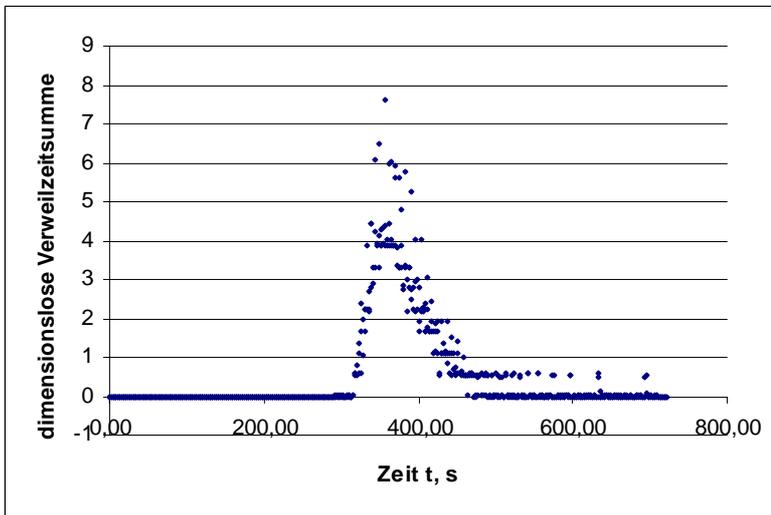


Diagramm 14: Die dimensionslose Verweilzeitsummenfunktion des ersten Versuchs beim Strömungsrohr

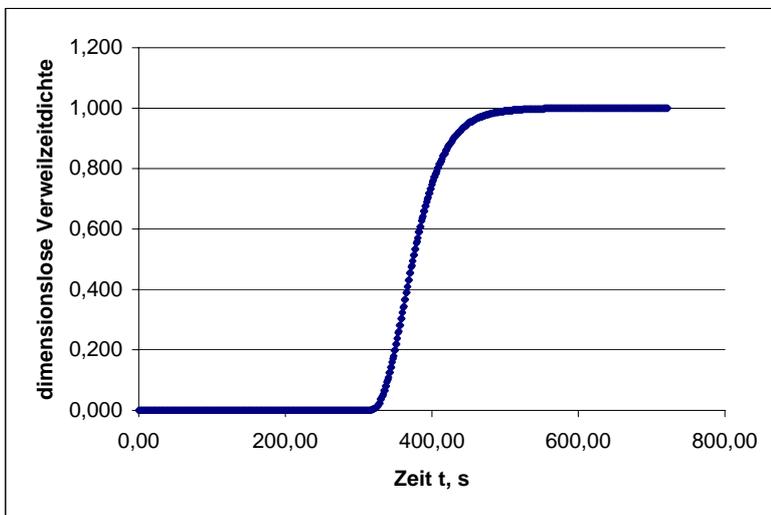


Diagramm 15: Die dimensionslose Verweilzeitdichtefunktion des zweiten Versuchs beim Strömungsrohr

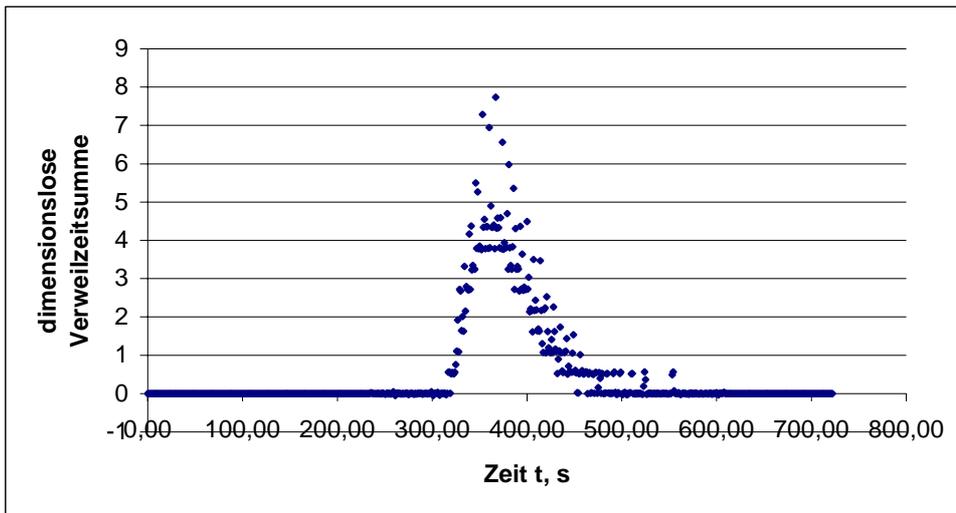


Diagramm 15: Die dimensionslose Verweilzeitsummenfunktion des zweiten Versuchs beim Strömungsrohr